

MATEMATICA...QUALCHE ESERCIZIO PER RIPASSARE

Indicazioni per un “ buon ingresso “ nella scuola superiore



Cari ragazzi che frequenterete il prossimo anno scolastico la prima classe, presso il nostro liceo, noi docenti di matematica consigliamo di riprendere i seguenti argomenti, durante il periodo estivo, utilizzando i libri della scuola media in vostro possesso:

- **Le frazioni: calcolo di espressioni e applicazioni**
- **Le principali figure geometriche e loro proprietà**
- **Elementi di statistica e di probabilità**



Inoltre come aiuto per questo ripasso vi proponiamo degli esercizi di ripasso su alcuni argomenti sviluppati durante il triennio della scuola media e alcuni richiami di teoria.

Il lavoro di ripasso vi servirà per affrontare più serenamente il programma di matematica della prima superiore e il test di ingresso che vi verrà somministrato all'inizio dell'anno.

Tutti gli esercizi vanno svolti su un quaderno.

VI AUGURIAMO BUONE VACANZE E BUON LAVORO E... VI ASPETTIAMO A SETTEMBRE!!!

Giovanni Antonio Colozza (1857-1943) Anche quando certe conoscenze matematiche si sono obliate del tutto, rimane saldo l'abito del retto modo di ragionare, il gusto per le dimostrazioni eleganti, il disinteresse e l'indipendenza nel giudicare, il pensiero logico disciplinato, lo spirito scientifico acuito, la precisione dell'espressione, la saldezza dei convincimenti, il senso del vero.

Albert Einstein (1879-1955) Tutto deve essere semplificato per quanto possibile, ma non reso ancora più semplice.

L'immaginazione è più importante della conoscenza.

La cosa più bella che possiamo sperimentare è il mistero. Esso è la sorgente di tutta la vera arte e scienza.

Quando le leggi della matematica si riferiscono alla realtà, non sono certe; e quando sono certe, non si riferiscono alla realtà.

Non preoccuparti delle tue difficoltà in matematica; ti assicuro che le mie sono maggiori.

Immanuel Lazarus Fuchs (1937-1976) La matematica è un grandioso e vasto paesaggio aperto a tutti gli uomini a cui il pensare arrechi gioia, ma poco adatto a chi non ami la fatica del pensare.

Leonardo da Vinci O studenti, studiate le matematiche, e non edificate senza fondamenti. Chi biasima la somma certezza delle matematiche si pasce di confusione, e mai porrà silenzio alle contraddizioni delle sofistiche scienze, colle quali s'impara uno eterno gridore.

Li abbreviatori delle opere fanno ingiuria alla cognizione e allo amore, con ciò sia che l'amore di qualunque cosa è figliol d'essa cognizione, e l'amore è tanto più fervente quanto la cognizione è più certa; la qual certezza nasce dalla cognizione integrale di tutte quelle parti, le quali, essendo insieme unite, compongano il tutto di quelle cose che debbono essere amate.

Nissuna umana investigazione si pò dimandare vera scienza s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni, e se tu dirai che le scienze, che principiano e finiscono nella mente, abbiano verità, questo non si concede, ma si nega, per molte ragioni, e prima, che in tali discorsi mentali non accade esperienza, senza la quale nulla dà di sé certezza.

Alfréd Rényi Se mi sento triste, faccio matematica per essere felice. Se sono felice, faccio matematica per restare felice.

E ADESSO...BUON DIVERTIMENTO!!!

NUMERI NATURALI

SCOMPOSIZIONE IN FATTORI PRIMI, M.C.D., m.c.m.

RICORDA

Un numero naturale che ha per divisori soltanto 1 e se stesso si dice **numero primo**. Sono numeri primi per esempio: 2, 3, 5, 7, 11, 13.

Qualunque numero non primo si può scrivere come prodotto di due o più numeri primi. Non sono numeri primi per esempio: 9, 12, 15, 18, 21 .

Scomporre un numero significa scriverlo sotto forma di prodotto dei suoi fattori primi, questa operazione si dice fattorizzazione. Dopo aver scomposto due o più numeri in fattori primi è possibile calcolare il loro **M.C.D.** o massimo comun divisore e il loro **m.c.m.** o minimo comune multiplo.

Il M.C.D. di due o più numeri si calcola moltiplicando i fattori comuni a tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente minore.

Il m.c.m. di due o più numeri si calcola moltiplicando i fattori comuni e non comuni a tutti i numeri, presi una sola volta con l'esponente maggiore.

Ricorda che puoi scomporre in fattori primi procedendo in due modi:

- per divisioni successive scegliendo via via come divisori dei numeri primi fino a quando ottieni per quoziente 1.

Esempio:

504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

- Oppure dissociando successivamente i fattori fino ad ottenere soltanto fattori primi, esempio:

$$72 = 9 \times 8 = 3 \times 3 \times 8 = 3 \times 3 \times 2 \times 4 = 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 3^2 \times 2^3$$

ESERCIZI

1. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri: 48 – 70 – 75 – 96 – 180 – 252 .
2. Calcola il M.C.D. e il m.c.m. mediante il metodo della scomposizione in fattori primi dei numeri dell'esercizio 1, prendendoli a coppie partendo da sinistra verso destra.
3. Dati due numeri naturali, ad esempio 8 e 10, il loro M.C.D. è 2. Se tu conoscessi solo uno dei due numeri per esempio 8 e sapessi che il loro M.C.D. è 2, potresti dire con certezza che il secondo numero è 10? In altre parole
M.C.D. (8, x) = 2 risulta necessariamente x = 10 ?
Illustra la tua risposta con alcuni esempi.
4. Dati due numeri naturali, ad esempio 12 e 15, il loro m.c.m. è 60. Se tu conoscessi solo uno dei due numeri per esempio 12 e sapessi che il loro m.c.m. è 60 potresti dire con certezza che il secondo numero è 15? In altre parole
m.c.m. (12, x) = 60 risulta necessariamente x = 15 ?
Illustra la tua risposta con alcuni esempi.

PRIORITA' DELLE OPERAZIONI

1. Eseguire le seguenti espressioni prestando attenzione alle priorità delle operazioni.
 - a) $(50 + 100) : (21 + 6 + 9 + 14) + (15 - 3) \cdot (15 - 9) =$
 - b) $50 + 100 : (21 + 6 + 9 + 14) + 15 - 3 \cdot (15 - 9) =$
 - c) $+ 6 + 4 \cdot 2 + 15 : 3 - 7 \cdot 2 + 8 =$
2. Inserire le parentesi, se necessario, in modo che il calcolo risulti corretto.
 - a) $16 - 4 \cdot 2 = 24$
 - b) $6 + 15 : 3 = 7$
 - c) $15 + 10 : 5 = 17$
 - d) $63 : 3 + 15 : 6 = 6$
 - e) $5 + 7 \cdot 5 - 4 + 2 = 36$
3. Inserire le parentesi ed i segni delle operazioni in modo da ottenere il risultato indicato.
 - a) $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 0$
 - b) $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 5$
 - c) $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 15$
 - d) $4 \ 4 \ 4 \ 4 = 3$
 - e) $18 \ 9 \ 3 = 3$
 - f) $18 \ 9 \ 3 = 9$
 - g) $18 \ 9 \ 3 = 6$

NUMERI RELATIVI

RICORDA

I numeri relativi sono i numeri preceduti dal segno + o dal segno -.

I numeri preceduti dal segno + si dicono **positivi**, quelli preceduti dal segno - si dicono **negativi**.

Si dice **valore assoluto** o **modulo** di un numero relativo il numero che si ottiene sopprimendo il suo segno e si indica scrivendo il numero tra due sbarrette:

es. $|-9| = 9$ $|+5| = 5$

Il numero 0 per convenzione si considera senza segno.

Il segno + davanti ad un numero positivo si può anche omettere.

Due numeri relativi si dicono **concordi** se sono preceduti dallo stesso segno, si dicono **discordi** se sono preceduti da segno diverso, **opposti** se hanno valore assoluto uguale, ma segno diverso:

$+3$ e $+5$ sono concordi; -6 e -1 sono concordi; -5 e $+5$ sono opposti

I numeri relativi possono essere rappresentati geometricamente su una retta orientata.

Ad ogni numero relativo corrisponde uno e un solo punto della retta: ai numeri positivi corrispondono punti della semiretta positiva (da 0 verso destra), ai numeri negativi corrispondono punti della semiretta negativa (da 0 verso sinistra). Se due numeri sono opposti, i punti che li rappresentano sulla retta si trovano in posizione simmetrica rispetto all'origine O.

La rappresentazione dei numeri relativi sulla retta orientata è utile per confrontare fra loro due numeri relativi: risulta infatti maggiore il numero che, nella rappresentazione geometrica, si trova più a destra sulla retta.

Si possono perciò dedurre le seguenti considerazioni :

- tra due numeri positivi è maggiore quello che ha valore assoluto maggiore;
- tra due numeri negativi è maggiore quello che ha valore assoluto minore;
- tra due numeri discordi è maggiore quello positivo.

ESERCIZI

1) Metti il simbolo di $>$ o $<$ fra le seguenti coppie di numeri:

$+ 12 \dots\dots + 14$

$+ 5 \dots\dots - 2$

$- 7 \dots\dots - 11$

LE OPERAZIONI CON I NUMERI RELATIVI

RICORDA

ADDIZIONE

La *somma di due numeri relativi concordi* è un numero relativo che ha come segno lo stesso segno degli addendi e come valore assoluto la somma dei loro valori assoluti.

La *somma di due numeri relativi discordi* è un numero relativo che ha come segno quello dell'addendo di valore assoluto maggiore e come valore assoluto la differenza dei valori assoluti dei due addendi.

Nel caso di *addizione di più numeri relativi*, si eliminano le parentesi e il segno di addizione e si scrivono gli addendi uno di seguito all'altro, ciascuno preceduto dal suo segno; il risultato si ottiene calcolando separatamente la somma di tutti gli addendi positivi e di tutti gli addendi negativi ed addizionando i risultati ottenuti.

Ad esempio: $(+3) + (-2) + (-10) + (+6) = 3 - 2 - 10 + 6 = 9 - 12 = -3$

SOTTRAZIONE

La *differenza tra due numeri relativi* si ottiene addizionando al primo l'opposto del secondo.

La sottrazione si riduce quindi ad un'addizione. Esempio: $(+3) - (+2) - (-7) = +3 - 2 + 7 = +8$

Una successione di addizioni e di sottrazioni prende il nome di *addizione algebrica*.

MOLTIPLICAZIONE

Il *prodotto di due numeri relativi* ha per valore assoluto il prodotto dei valori assoluti dei due fattori e il segno positivo se i due fattori sono concordi, il segno negativo se i due fattori sono discordi.

Le regole dei segni della moltiplicazione sono rappresentate nella seguente tabella:

segno 1° fattore	segno 2° fattore	segno prodotto
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

Il *prodotto di più numeri relativi* si ottiene moltiplicando i loro valori assoluti e il suo segno si ottiene moltiplicando il segno del primo fattore per quello del secondo, il risultato per il segno del terzo e così via.

Esempio: $(+3) \cdot (-2) \cdot (-5) = +30$

DIVISIONE

Il quoziente di due numeri relativi, di cui il secondo sia diverso da zero, è il numero relativo che ha per valore assoluto il quoziente dei valori assoluti e il segno positivo se i numeri sono concordi, il segno negativo se i numeri sono discordi.

Il quoziente di due numeri relativi, di cui il secondo sia diverso da zero, si ottiene moltiplicando il primo di essi per l'inverso del secondo. La divisione si riduce quindi ad una moltiplicazione.

Vale pertanto la stessa regola dei segni della moltiplicazione.

Esempio: $(-10) : (-2) = +5$ $(+3) : (-2) = -\frac{3}{2}$

8. Eseguire le seguenti espressioni prestando attenzione alle priorità delle operazioni.

- a) $4 - 2 + 8 + 3 - 7 - 1 =$
- b) $(4 - 2 + 8) + (3 - 7 - 1) =$
- c) $\{4 - [2 + (8 + 3 - 7) - 1]\} =$
- d) $+6 - 4 \cdot 2 + 15 : 3 - 7 \cdot 3 + 8 =$
- e) $7 - 5 \cdot 2 + 16 : 8 - 5 + 6 - 18 : 3 =$
- f) $(-15) : 3 - 6 + 18 : (-6) - (+7 \cdot 3 - 10) + 7 \cdot 2 =$

NUMERI RAZIONALI

FRAZIONI PROPRIE, IMPROPRIE E APPARENTI

RICORDA

Una frazione $\frac{m}{n}$ con numeratore minore del denominatore si dice **propria**: essa rappresenta sempre una parte minore dell'intero.

Esempi: $\frac{2}{5} = 0,4$ $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{7}{100} = 0,07$ $\frac{11}{33} = 0,3$

Una frazione $\frac{m}{n}$ con numeratore maggiore o uguale al denominatore si dice **impropria**: essa rappresenta sempre o l'intero stesso o una parte maggiore dell'intero.

Esempi: $\frac{6}{6} = 1$ $\frac{7}{4} = 1,75$ $\frac{13}{3} = 4,3$ $\frac{536}{100} = 5,36$

Una frazione $\frac{m}{n}$ con numeratore uguale o multiplo del denominatore si dice **apparente** (tutte le frazioni apparenti sono anche improprie).

Esempi: $\frac{13}{13} = 1$ $\frac{35}{7} = 5$ $\frac{63}{9} = 7$

ESERCIZIO:

Scrivi:

tre frazioni proprie:

tre frazioni improprie:

tre frazioni apparenti.

FRAZIONI EQUIVALENTI, CONFRONTO TRA FRAZIONI

RICORDA

Due frazioni sono **equivalenti** quando rappresentano la stessa quantità; da una frazione si ottengono frazioni equivalenti moltiplicando o dividendo per uno stesso numero, diverso da zero, sia il numeratore che il denominatore della frazione data (proprietà invariantiva delle frazioni).

La proprietà invariantiva consente di semplificare una frazione trasformandola in una frazione equivalente con termini minori; per ridurre una frazione ai minimi termini si dividono i termini per il loro M.C.D. **La proprietà invariantiva consente di trasformare una frazione in un'altra equivalente di dato denominatore.**

Confrontare due frazioni significa poter stabilire se esse siano fra loro equivalenti oppure stabilire quale delle due sia la maggiore. Escludendo il caso delle frazioni equivalenti, possono presentarsi i seguenti casi:

- se due frazioni sono l'una propria e l'altra impropria, è maggiore la frazione impropria.
Es. $\frac{7}{3} > \frac{2}{5}$
- se due frazioni hanno lo stesso denominatore, è maggiore quella che ha il numeratore maggiore.
Es. $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$
- se due frazioni hanno lo stesso numeratore, è maggiore quella che ha il denominatore minore.
Es. $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$
- se due frazioni hanno numeratori e denominatori diversi e non sono equivalenti, si possono ridurre prima allo stesso denominatore e poi confrontare come spiegato nel secondo caso.

ESERCIZI

1. Completa le seguenti uguaglianze sostituendo alla x il numero opportuno:

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{8} \quad \frac{5}{2} = \frac{10}{x} \quad \frac{2}{7} = \frac{x}{28} \quad \frac{11}{12} = \frac{77}{x} \quad \frac{3}{13} = \frac{12}{x} \quad \frac{3}{8} = \frac{x}{16}$$

2. Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni:

$$\frac{12}{18} \quad \frac{27}{72} \quad \frac{48}{108} \quad \frac{66}{330} \quad \frac{325}{375} \quad \frac{171}{190}$$

3. Riduci le frazioni di ciascuno dei seguenti gruppi allo stesso denominatore assegnato:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2} \text{ al denominatore assegnato } 12$$

$$\frac{3}{5}, \frac{20}{30}, \frac{3}{4} \text{ al denominatore assegnato } 60$$

$$\frac{5}{21}, \frac{21}{6}, \frac{17}{7} \text{ al denominatore assegnato } 42$$

4. Confronta le frazioni di ciascuna delle seguenti coppie ponendo fra esse il segno $>$ o $<$ oppure $=$

$$\frac{5}{3} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{12}{3} \quad \frac{9}{10} \quad \frac{15}{2} \quad \frac{60}{8} \quad \frac{6}{19} \quad \frac{19}{6}$$

$$+ \frac{1}{4} \dots\dots + \frac{1}{2}$$

$$- \frac{1}{4} \dots\dots - \frac{1}{3}$$

$$- \frac{5}{2} \dots\dots 0$$

5. Disponi in ordine crescente le seguenti frazioni:

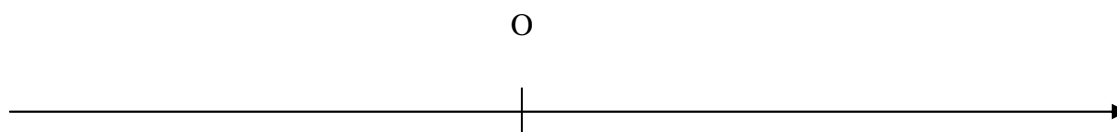
$$\frac{15}{8} \quad \frac{6}{5} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{8}{15} \quad \frac{3}{8} \quad 1 \quad \frac{5}{16} \quad \frac{7}{32} \quad \frac{4}{2} \quad \frac{4}{5}$$

6. Disponi in ordine decrescente i seguenti numeri relativi:

$$+ \frac{1}{2}; \quad - \frac{1}{3}; \quad -9; \quad + \frac{4}{3}; \quad - \frac{15}{2}; \quad +4,5$$

7. Dopo aver fissato un'opportuna unità di misura, rappresenta sulla retta dei numeri le seguenti frazioni:

$$-\frac{3}{4} \quad +\frac{2}{5} \quad -\frac{1}{2} \quad +\frac{3}{8} \quad -\frac{3}{2} \quad +\frac{5}{10} \quad +\frac{14}{7} \quad +\frac{6}{3} \quad +\frac{4}{5}$$



8. Vero o falso? Correggi le false.

a) $\left(+\frac{3}{2}\right)^4 = \left(+\frac{3}{2}\right)\left(+\frac{3}{2}\right)\left(+\frac{3}{2}\right)\left(+\frac{3}{2}\right)$

b) $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3}$

c) $(+4)^{-2} = -16$

d) $\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = +\frac{9}{64}$

9. Riduci a una sola potenza applicando le opportune proprietà

a) $[(-3)^4]^{-2} = \dots\dots\dots$

d) $\left(\frac{5}{7}\right)^2 : \frac{5}{7} = \dots\dots\dots$

b) $-8^{-3} : 4^{-3} \cdot (-7)^{-3} = \dots\dots\dots$

e) $\left(+\frac{8}{15}\right)^{-2} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} = \dots\dots\dots$

c) $\left(-\frac{11}{2}\right)^8 : \left(-\frac{11}{2}\right)^{-8} = \dots\dots\dots$

f) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(+\frac{3}{4}\right)^4 = \dots\dots\dots$

10. Scrivi le seguenti frasi sotto forma di espressione e calcolane il valore.

a) Il prodotto fra il quadrato di $-\frac{3}{12}$ e il cubo di $-\frac{2}{3}$

b) La seconda potenza della somma di $\frac{27}{11}$ e -2

c) La quinta potenza del prodotto tra -3 e il suo inverso

d) Il cubo del quoziente tra $-\frac{7}{9}$ e il suo opposto

11. Completa le uguaglianze date nei seguenti esercizi assegnando alla lettera x il valore opportuno.

a) $\left(-\frac{1}{2}\right)^x = -\frac{1}{8}$

c) $\left(-\frac{15}{7}\right)^x = 1$

b) $x^{-2} = \frac{1}{4}$

d) $10^x = 0,1$

12. Indica il valore da assegnare alla x nelle seguenti radici.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = x \quad x = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt[3]{-\frac{125}{64}} = x \quad x = \dots\dots\dots$$

13. Completa le seguenti disuguaglianze utilizzando numeri Z (interi relativi)

$$\dots\dots\dots < \sqrt{\frac{16}{8}} < \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots < -\sqrt{\frac{25}{9}} < \dots\dots\dots$$

14. Scrivi vero o falso e correggi le false.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^{-b} = -a^b$$

15. Calcola:

a) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} =$

g) $\frac{2}{3} - \frac{3}{2} =$

m) $-5 - \frac{7}{8} =$

b) $\frac{1}{6} - \frac{1}{2} =$

h) $\frac{7}{8} - \frac{1}{2} =$

n) $2 - \frac{1}{4} =$

c) $-\frac{4}{5} + \frac{5}{4} =$

i) $4 - \frac{1}{3} =$

o) $2 + \frac{1}{4} =$

d) $-\frac{5}{4} - \frac{4}{5} =$

j) $\frac{4}{5} + 5 =$

p) $\frac{2}{3} + \frac{1}{8} - 1 =$

e) $\frac{1}{2} - \frac{3}{5} =$

k) $1 - \frac{1}{2} =$

q) $1 + \frac{3}{5} - \frac{6}{7} =$

f) $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} =$

l) $\frac{3}{2} + 1 =$

r) $\frac{5}{2} + 3 - \frac{3}{8} =$

16. Calcola:

a) $\frac{12}{25} \cdot \frac{10}{9} =$

e) $\left(-\frac{15}{4}\right) \cdot \left(\frac{-3}{20}\right) =$

h) $-3 \cdot \frac{4}{9} =$

b) $\frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} =$

f) $\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{2}{6}\right) =$

i) $\frac{2}{33} \cdot 11 =$

c) $\left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \frac{25}{7} =$

g) $(-1) \cdot \left(\frac{3}{2}\right) =$

j) $\frac{21}{7} \cdot (-3) =$

d) $\frac{12}{3} \cdot \left(-\frac{21}{35}\right) =$

k) $-\frac{3}{18} \cdot 2 =$

17. Calcola:

a) $\frac{2}{4} : \frac{1}{2} =$

t) $\frac{4}{9} : \left(-\frac{8}{27}\right) =$

v) $3 : \left(-\frac{4}{3}\right) =$

s) $-\frac{4}{5} : \left(-\frac{12}{25}\right) =$

u) $-\frac{6}{5} : \frac{36}{35} =$

w) $(-3) : 2 =$

u) $-\frac{2}{5} : 4 =$

x) $5 : (-1) =$

y) $1 : \left(-\frac{5}{4}\right) =$

b) Calcolare le seguenti potenze

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$b) \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$c) \left(-\frac{2}{5}\right)^3 =$$

$$d) \left(\frac{1}{2}\right)^3 =$$

$$q) \left(\frac{3}{7}\right)^1 =$$

a) Calcolare le seguenti espressioni (a lato sono indicate le soluzioni)

$$a. \left(-2 + \frac{1}{3}\right) : \left(\frac{1}{5} + 1\right) = \left[-\frac{25}{18}\right]$$

$$b. \left\{ \frac{3}{10} + \left(-\frac{6}{5}\right) \cdot \left[-\left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right) + \frac{5}{6}\right] \right\} : \left[-\frac{1}{4} + \left(-2 + \frac{5}{3}\right) \cdot \frac{9}{4}\right] = \left[-\frac{1}{2}\right]$$

$$c. \left\{ \left[\left(\frac{5}{12} - \frac{1}{6}\right)^2 - \left(1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{32} \cdot (-6) \right] : \left(-\frac{19}{4} - 1\right) \right\}^3 = \left[-\frac{1}{8}\right]$$

$$d. \left\{ \left[\left(\frac{4}{9} - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^2 + \frac{1}{2} \right] : \left(-\frac{17}{27} + \frac{3}{4}\right) \right\}^2 = \left[\frac{1}{16}\right]$$

$$e. \left\{ \left[\left(\frac{4}{5}\right)^2 \right]^3 \right\}^4 : \left[\left(\frac{4}{5}\right)^6 \right]^2 \cdot \left\{ \left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 \right]^3 \right\}^2 : \left[\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^6 \right] = \left[2^{12}\right]$$

$$f. \frac{\frac{1}{3} - 2 \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right)}{\frac{1}{6} - \left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot (-3)} - \frac{2 - \left[\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) : \left(1 - \frac{1}{5}\right)\right]}{\frac{1}{11} \cdot \left(1 - \frac{1}{12}\right) \cdot \left(10 + \frac{9}{5}\right)} = \left[-\frac{9}{4}\right]$$

NUMERI DECIMALI

RICORDA

Dalle frazioni ai numeri decimali

Ogni frazione rappresenta un numero decimale, che è il quoziente tra il numeratore e il denominatore.

Si possono distinguere due casi:

- se la frazione è apparente, il quoziente che si ottiene è un numero naturale (o intero).

Esempio: $\frac{8}{4} = 8:4 = 2$ $\frac{12}{3} = 12:3 = 4$

- se la frazione è propria o impropria, il quoziente che si ottiene è un numero decimale (limitato o illimitato).

Esempi: $\frac{7}{100} = 7:100 = 0,07$ $\frac{5}{6} = 5:6 = 0,8333 \dots$ $\frac{11}{3} = 11:3 = 3,666 \dots$

Numeri decimali limitati (o finiti)

Un numero decimale limitato (o finito) è quello che ha un numero finito di cifre nella parte decimale.

Esempi: 0,854 1,35 7,1

Per trasformare un numero decimale finito in una frazione è sufficiente scrivere al numeratore il numero senza virgola e al denominatore una potenza di 10 pari alle cifre decimali che lo costituiscono.

Esempi : $3,7 = \frac{37}{10}$ $0,76 = \frac{76}{100}$

Numeri decimali illimitati - periodici

Un numero decimale illimitato è detto periodico se una cifra o un gruppo di cifre (il periodo) si ripetono all'infinito. Il periodo si indica con un trattino posto sulle cifre interessate.

In particolare quando il periodo comincia subito dopo la virgola decimale, si parla di numero **periodico semplice**; quando invece tra il periodo e la virgola vi sono una o più cifre (l'antiperiodo) si parla di numero **periodico misto**.

Esempi: $1,\overline{3}$ $0,\overline{35}$ numeri periodici semplici
 $0,2\overline{35}$ $2,\overline{31}$ numeri periodici misti

Periodici semplici

Per trasformare un numero periodico semplice in frazione è necessario scrivere al numeratore il numero dato senza virgola e senza segno di periodo diminuito della parte intera e al denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo.

Esempi: $3,\overline{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$ $0,\overline{75} = \frac{75 - 0}{99} = \frac{75}{99} = \frac{25}{33}$

Periodici misti

Per trasformare un numero periodico misto in frazione è necessario scrivere al numeratore il numero dato senza virgola e senza segno di periodo diminuito della parte intera con l'antiperiodo e al denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo e tanti 0 quante sono quelle dell'antiperiodo.

Esempi: $1,4\overline{1} = \frac{141 - 14}{90} = \frac{127}{90}$ $0,9\overline{51} = \frac{951 - 9}{990} = \frac{942}{990} = \frac{157}{165}$

ESERCIZI:

a) Trasforma le seguenti frazioni in numeri decimali indicando per ciascuno di essi se è limitato, o illimitato periodico semplice o illimitato periodico misto.

1) $\frac{7}{5} =$ _____ numero decimale _____

2) $\frac{2}{3} =$ _____ numero decimale _____

3) $\frac{5}{6} =$ _____ numero decimale _____

b) Determina le frazioni generatrici dei seguenti numeri decimali

1) $7,35 =$ _____ 4) $0,\overline{6} =$ _____

2) $10,\overline{23} =$ _____ 5) $3,\overline{16} =$ _____

3) $9,0\overline{13} =$ _____ 6) $4,8 =$ _____

c) Calcola il valore delle seguenti espressioni

1) $\left\{ \left[\left(\frac{7}{8} - 0,4 - \frac{9}{20} \right) : 0,25 + 0,4 \right]^2 - 0,125 \right\} =$

2) $\left[\left(1 + \frac{14}{21} \right) \cdot (3,6 - 3) \right] : \left[0,1 \cdot \left(28 + 1,\overline{63} + \frac{4}{11} \right) \right] =$

3) $\left(3,\overline{4} - 1,\overline{2} \right) : 2,\overline{4} \cdot \frac{11}{15} + \left(1,\overline{3} - 0,\overline{7} \right) \cdot 1,2 =$

RAPPORTI

Dati due numeri a e b , con b diverso da zero, si dice rapporto fra a e b il quoziente della divisione di a e b , e si scrive $a : b$ oppure $\frac{a}{b}$

a è il primo termine del rapporto e si chiama **antecedente**; b è il secondo termine del rapporto e si chiama **conseguente**.

Se scambiamo i termini del rapporto $\frac{a}{b}$, otteniamo un nuovo rapporto $\frac{b}{a}$, diverso dal primo in quanto la divisione non gode della proprietà commutativa.

$\frac{b}{a}$ viene detto **rapporto inverso** o **reciproco** di $\frac{a}{b}$.

ESERCIZI

- Calcola il rapporto diretto e il rapporto inverso fra i numeri di ciascuna coppia: se possibile semplifica i termini
 - 9 e 12
 - 6 e 4
 - 35 e 105
 - $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{2}$
 - $\frac{8}{7}$ e $\frac{16}{21}$
 - $\frac{49}{45}$ e $\frac{21}{5}$
- Disegna due segmenti $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ tali che il loro rapporto sia $\frac{3}{5}$ e indica almeno due coppie di possibili misure per $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$.
- Disegna un rettangolo in cui il rapporto fra la base e l'altezza sia $\frac{7}{6}$ e indica almeno due coppie di possibili misure per base ed altezza.

PROPORZIONI

RICORDA

“Una proporzione è l’uguaglianza di due rapporti”

Esempio

1° rapporto	→	$20 : 5 = 4$	Quindi $20 : 5 = 32 : 8$	che si legge 20 sta a 5 come 32 sta a 8
2° rapporto	→	$32 : 8 = 4$		

Qualche nome...

Termini della proporzione: i quattro numeri

Estremi: il 1° e il 4° numero

Antecedenti: il 1° e il 3° numero

Medi: il 2° e il 3° numero

Conseguenti: il 2° e il 4° numero

Quarto proporzionale: il 4° numero

Se i medi o gli estremi sono uguali si dice che la proporzione è **continua**.

Ad esempio $12 : 6 = 6 : 3$. Nell'esempio il numero 6 prende il nome di **medio proporzionale** e il 3 di **terzo proporzionale**.

Proprietà fondamentale delle proporzioni

In ogni proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi

È possibile verificare numericamente tale proprietà applicandola all'esempio iniziale $20 : 5 = 32 : 8$

Medi: 5 e 32	Prodotto dei medi: $5 \cdot 32 = 160$	Prodotto dei medi = prodotto degli estremi $160 = 160$
Estremi: 20 e 8	Prodotto degli estremi: $20 \cdot 8 = 160$	

Se 4 numeri soddisfano la proprietà fondamentale allora costituiscono una proporzione.

27, 6, 9 e 2 formano una proporzione? $27 : 6 = 9 : 2$ ↓ $27 \cdot 2 = 6 \cdot 9$ ↓ $54 = 54$ ↓ I quattro numeri formano una proporzione	10, 15, 5 e 6 formano una proporzione? $10 : 15 = 5 : 6$ ↓ $10 \cdot 6 = 15 \cdot 5$ ↓ $60 = 75$ ↓ I quattro numeri non formano una proporzione
---	--

ESERCIZIO

Verifica se i seguenti gruppi di numeri formano una proporzione nell'ordine in cui sono dati:

- 33, 6, 12, 2
- $\frac{1}{5}, \frac{9}{40}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$
- $\frac{1}{3}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}, 2$
- 4, 6, 3, 5
- $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{9}{5}, \frac{4}{5}$
- $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{8}$
- 27, 9, 24, 6

- 5, 10, 15, 30

RICORDA

La proprietà fondamentale viene anche utilizzata per trovare il termine incognito in una proporzione
Esempio. Data la proporzione $6 : 8 = 9 : x$ si vuole trovare il valore di x che rende vera la proporzione: utilizziamo la proprietà fondamentale e svolgiamo i calcoli.

$$6 \cdot x = 8 \cdot 9 \Rightarrow 6 \cdot x = 72 \Rightarrow \frac{6 \cdot x}{6} = \frac{72}{6} \Rightarrow x = 12$$

12 è il valore che sostituito alla x rende vera la proporzione.

ESERCIZI

1) Calcola il termine incognito delle seguenti proporzioni. Se necessario dovrai svolgere prima i calcoli necessari e poi applicare la proprietà fondamentale.

- $20 : x = 18 : 81$
- $8 : 2 = 56 : x$
- $\frac{3}{8} : \frac{5}{6} = x : \frac{5}{4}$
- $x : \frac{4}{5} = \frac{5}{9} : \frac{16}{15}$
- $x : \frac{13}{4} = \left(6 + \frac{6}{5}\right) : \left(5 + \frac{3}{2}\right)$
- $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) : \left(\frac{5}{4} - \frac{7}{8}\right) = \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) : x$

Esempio: $4 : x = x : 9 \Rightarrow x \cdot x = 4 \cdot 9 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \sqrt{36} = 6$

- $49 : x = x : 4$
- $80 : x = x : 20$
- $\frac{5}{8} : x = x : \frac{5}{2}$
- $\frac{15}{4} : x = x : \frac{5}{3}$
- $\left(\frac{3}{5} + \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{18}\right) : x = x : \left(2 - \frac{4}{3}\right)$
- $\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{3}\right)^2 : x = x : \left[\left(\frac{1}{5} + \frac{3}{2}\right) : \left(3 + \frac{2}{5}\right)\right]^2$

RICORDA

Tale rapporto $\frac{r}{100}$ (dove r rappresenta un numero intero qualsiasi) si indica sovente:

r %

Il numero r si dice tasso percentuale o ragione .

La percentuale invece corrisponde a $\frac{r}{100}$ del valore intero.

Esempio: Il 15% di 120 è 18 15 = tasso percentuale = r
cioè $\frac{15}{100} = \frac{18}{120} = \frac{3}{20}$ 18 = percentuale = p
120 = valore intero = N

Se si indica con **p** = **percentuale**, **N** = **valore intero**, **r** = **ragione o tasso percentuale** si ha

$\mathbf{r} : \mathbf{100} = \mathbf{p} : \mathbf{N}$, $\frac{r}{100} = \frac{p}{N}$ e applicando la proprietà fondamentale delle proporzioni si ottiene

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{N} = 100 \cdot \mathbf{p} \quad \mathbf{p} = \frac{N \cdot r}{100} \text{ da cui } \begin{cases} \mathbf{N} = \frac{p \cdot 100}{r} \\ \mathbf{r} = \frac{p \cdot 100}{N} \end{cases}$$

ESERCIZI

A) Per ogni frase indicare Vero o Falso e correggere quelle false in modo tale che diventino vere:

- a) Il 3% di 300 è 9.
- b) Il 30% di 900 è 630.
- c) 425 è il 5% di 850.
- d) 1260 è il 70% di 1800.
- e) Applicando il 15% a 1800 si ottiene 270.
- f) Applicando il 6% a 1200 si ottiene 72.

B) Indicare la risposta corretta motivando la scelta:

- a) Il 7% degli abitanti di una città ha scelto il mare per le proprie vacanze. Che cosa significa?
 - 1. Ogni 100 persone 1/7 va in vacanza al mare.
 - 2. Ogni 7 persone 1/100 va al mare.
 - 3. Ogni 100 persone 7 vanno al mare.
- b) Il signor Paolo acquista del vino con una spesa complessiva di 75 euro e ottiene uno sconto del 20%. A quanto ammontava lo sconto?
 - 1. 60 euro.
 - 2. 20 euro.
 - 3. 15 euro.
- c) Un negoziante sta attuando degli sconti e vende una valigia che costava 35 euro a 29,75 euro. Quale percentuale di sconto sta applicando?
 - 1. 5,25%.
 - 2. 15%.
 - 3. 35%.

C) Completa le seguenti tabelle indicando il percorso risolutivo seguito:

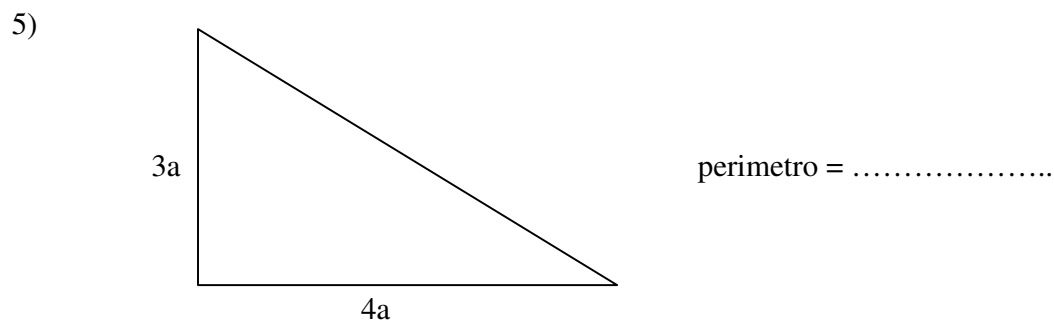
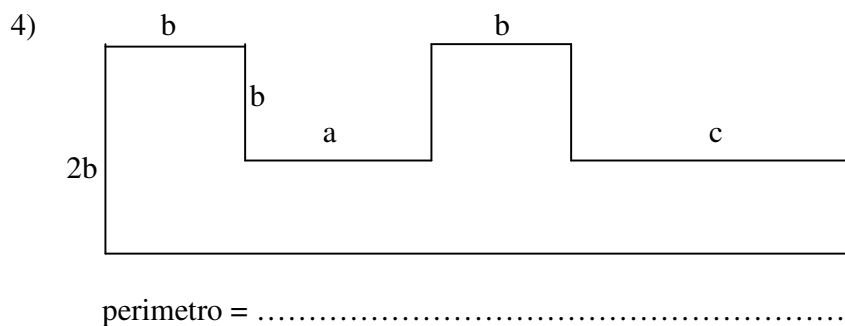
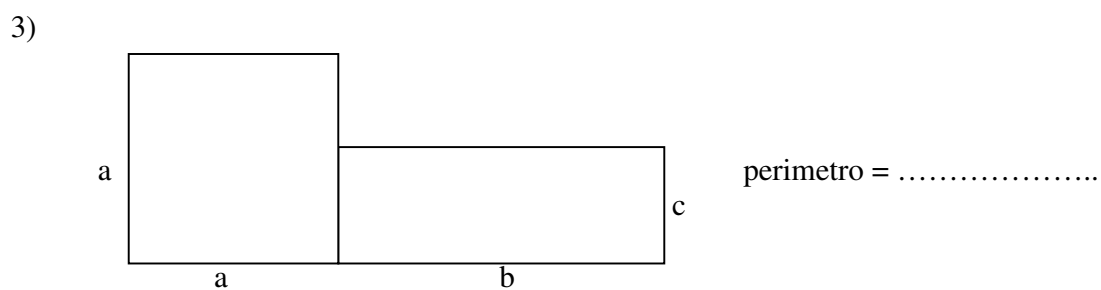
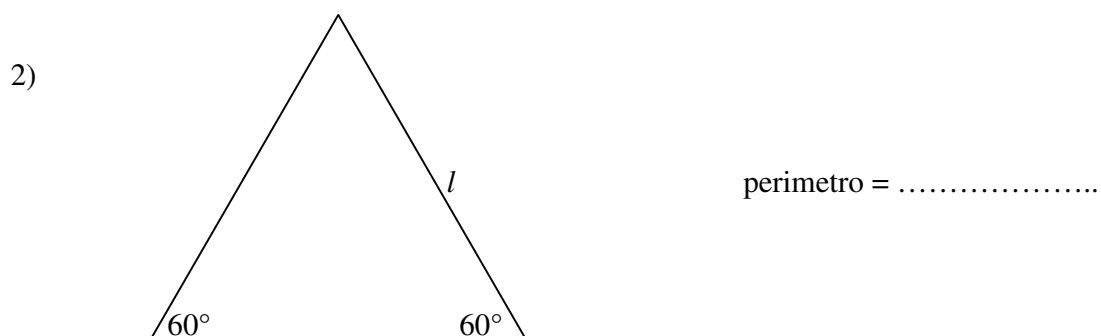
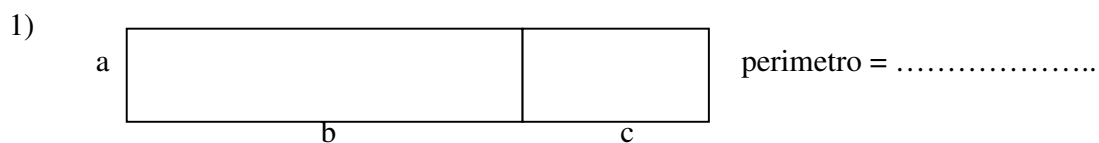
N. decimale	Rapporto	Percentuale
0,45		
		80%
	7/8	

Prezzo in euro	% di sconto	Sconto in euro	Prezzo scontato
1500	20%		
		120	680
	40%		600

ALGEBRA LEGATA ALLA GEOMETRIA
SOSTITUZIONI E TRADUZIONI

ESERCIZI

A) Esprimere mediante un'espressione letterale il perimetro delle seguenti figure.



B) Facendo riferimento alle figure dell'esercizio precedente esprimerne l'area mediante un'espressione letterale.

Area figura 1 =.....

Area figura 3 =.....

Area figura 4 =.....

Area figura 5 =.....

C) Tradurre le frasi seguenti in un'espressione letterale.

1) Al triplo di a aggiungere il doppio di b e poi dividere tutto per 2

2) Sottrarre al quadrato di a la metà di b. Dividere poi il risultato per la somma di b e c.

3) La radice quadrata del doppio del cubo di a sommato al quadrato di b.

4) Moltiplicare la somma di a e b per la differenza di b e c.

D) Facendo riferimento alle formule indicate sostituire le lettere con i valori indicati e calcolare il risultato.

Formula n. 1 $\frac{1}{2}gt^2$ $g = 4, t = -2$ risultato=

Formula n. 2 $\frac{a^2 + 2b}{c}$ $a = -6, b = 12, c = -2$ risultato=

Formula n. 3 $\frac{2a^2 + 3b^3}{-b}$ $a = 2, b = -3$ risultato=

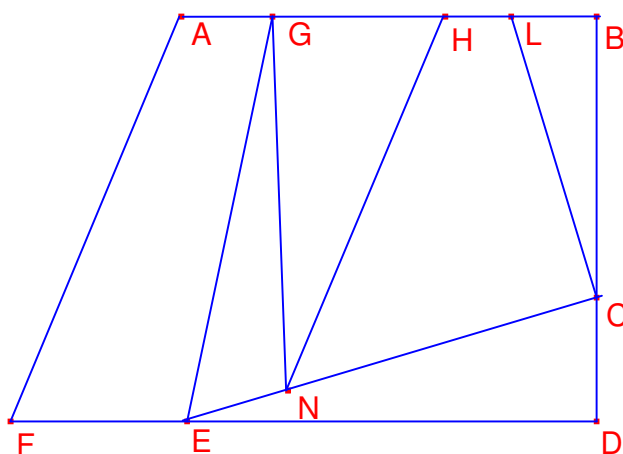
GEOMETRIA

RICORDA

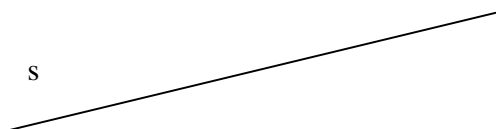
- La **bisettrice** di un angolo è la semiretta che lo divide in due parti di uguale ampiezza
- L'**asse** di un segmento è la retta ad esso perpendicolare che lo interseca nel suo punto medio
- La **distanza** di un punto da una retta è il segmento passante per quel punto e perpendicolare alla retta
- In un triangolo il segmento di perpendicolare condotto da un vertice al lato opposto si dice **altezza** relativa a quel lato

ESERCIZI

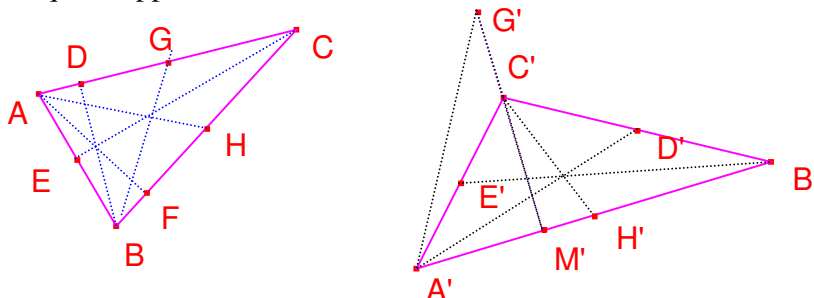
1. Osserva la figura ed elenca
 - a. Due coppie di segmenti perpendicolari
 - b. Due coppie di segmenti paralleli



2. Osserva la figura e traccia :
 - a. La distanza del punto P dalla retta s
 - b. Una retta t parallela alla retta s, passante per P
 - c. Una retta z perpendicolare alla retta s, non passante per P.



3. Nel primo triangolo scrivi quali segmenti rappresentano le altezze, e nel secondo quali rappresentano le mediane



RICORDA:

- In un triangolo la somma degli angoli interni è 180°
- In un triangolo ogni lato è minore della somma degli altri due

4. Le terne dei seguenti esercizi rappresentano, in centimetri, la misura di tre segmenti. Indica quali possono essere lati di un triangolo, spiegandone il motivo.

a. 20, 28, 51

b. 19, 14, 31

5. Un triangolo ha il perimetro di 70 cm. Può avere un lato lungo 40 cm? Perché?

6. CH è la bisettrice dell'angolo al vertice $\hat{C}$ del triangolo isoscele ABC (vedi figura).

Completa i dati mancanti.

$\hat{BAC} = 80^\circ$

$\hat{BCH} = \dots\dots$

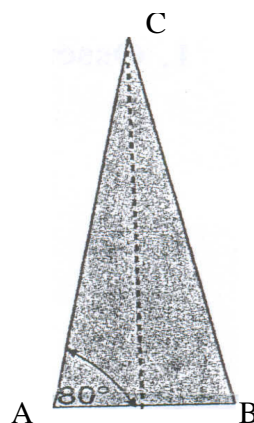
$\angle ABC = \dots\dots$

$\angle AHC = \dots\dots$

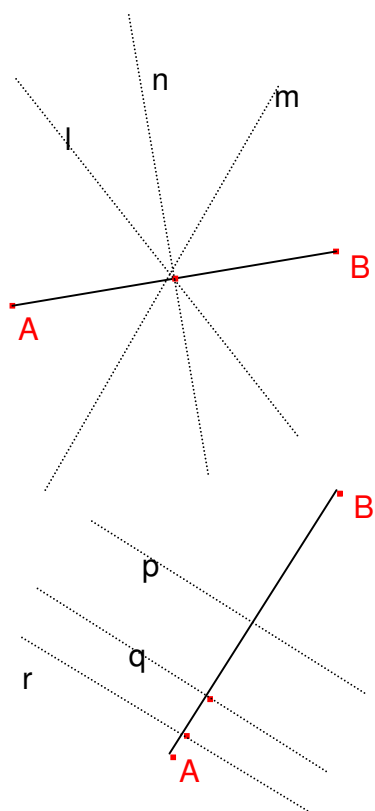
$\hat{ACB} = \dots\dots$

$\angle BHC = \dots\dots$

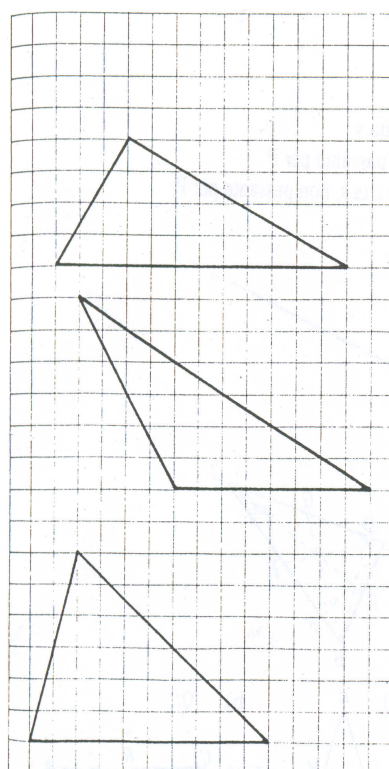
$\hat{ACH} = \dots\dots$



7. Qual è l'asse di AB nei due casi?



8. Per ciascuno dei seguenti triangoli tracciate le tre altezze.



9. Rispondi vero o falso al seguente test di verifica.

- a) Tutti i quadrati sono rombi.
- b) Tutti i parallelogrammi sono rombi.
- c) Un rettangolo è un quadrato particolare.
- d) Ogni rombo è un parallelogramma.
- e) Qualche parallelogramma è un quadrato.
- f) Qualche parallelogramma è un rettangolo.
- g) Non tutti i quadrati sono rettangoli.

10. Può un triangolo essere contemporaneamente ottusangolo e isoscele? E ottusangolo e equilatero? Illustra la risposta con un disegno.

11. Un triangolo rettangolo può essere isoscele? Ed equilatero? Esegui un disegno per ogni caso possibile.

12. Rispondi vero o falso al seguente test di verifica.

- a) Tutti i triangoli equilateri sono isosceli.
- b) Se un triangolo è rettangolo non può essere scaleno.
- c) Tutti i triangoli isosceli sono acutangoli.
- d) Qualche triangolo equilatero può essere rettangolo.
- e) Qualche triangolo acutangolo può essere equilatero.

13. Rispondi vero o falso al seguente test di verifica.

- a) Il triangolo equilatero ha tre lati uguali.
- b) Il triangolo scaleno ha due lati uguali.
- c) Il triangolo acutangolo ha due angoli acuti.
- d) Il triangolo isoscele ha due lati uguali.
- e) Il triangolo rettangolo isoscele ha un angolo retto e due lati uguali.
- f) Il triangolo ottusangolo ha due angoli ottusi.
- g) Il triangolo equilatero ha tre angoli acuti uguali.

14. Rispondi alle domande:

- a) quali sono i quadrilateri che hanno le diagonali uguali?
- b) quali sono i quadrilateri che hanno le diagonali perpendicolari?
- c) conosci qualche quadrilatero che abbia contemporaneamente le diagonali uguali e perpendicolari?

15. L'insegnante dà alla classe le seguenti istruzioni: " disegnate un parallelogramma con i lati di 4cm e 6 cm" . Credi che tutti i ragazzi disegneranno la stessa figura? Perché?

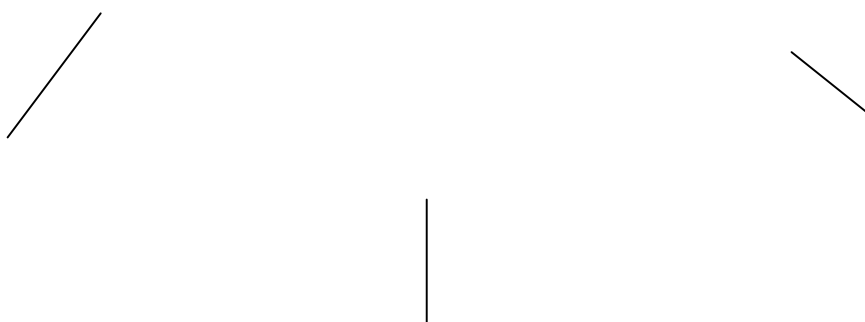
16. Anna ha disegnato un triangolo ABC, ha preso il punto medio M del lato BC, ha unito A con M e poi ha prolungato il segmento AM in modo che $AM=MD$. Esegui le istruzioni di Anna e disegna il quadrilatero di vertici A, B, C, D.

a. Qual è il nome della figura ottenuta?

b. Sei sicuro di aver ottenuto lo stesso disegno ottenuto da Anna? Motiva la risposta.

c. Quale triangolo ABC dovresti disegnare per essere sicuro di ottenere un rombo?

17. I segmenti assegnati sono i lati di vari quadrati. Completa i disegni.



18. Le coppie di segmenti assegnate sono i lati consecutivi di un parallelogramma. Completa i disegni.



19. Le coppie di segmenti assegnati sono i lati di un rettangolo. Completa i disegni.



20. Tracciate l'altezza dei seguenti parallelogrammi relativamente alla base indicata.

